

文章编号 1004-924X(2011)06-1298-08

# 半电极含金属芯压电纤维的弯曲振动模型

边义祥<sup>1\*</sup>, 裘进浩<sup>2</sup>

- (1. 扬州大学 机械工程学院, 江苏 扬州 225127;
2. 南京航空航天大学 智能材料与结构研究所, 江苏 南京 210016)

**摘要:**建立了悬臂梁结构的半电极含金属芯压电纤维(HMPF)的弯曲振动模型和动态测试模型。基于外加电压时的等效弯矩,推导了悬臂梁结构的HMPF的弯曲振动模型;用第一类压电方程,推导了外加简谐激励电压时,HMPF的表面电位移、电荷和导纳,建立了动态测试模型,通过测量共振频率 $f_r$ 、反共振频率 $f_a$ 和低频电容 $C_{LF}$ ,得到HMPF的弹性柔顺系数 $s_{11}^E$ 、机电耦合系数 $k_{31}$ 、介电常数 $\epsilon_{33}^T$ 和压电常数 $d_{31}$ 。叙述了弯曲振动模型和动态测量模型的建立过程和测试步骤,测试了3根HMPF样品,得到各参数的平均值, $s_{11}^E$ 为 $16.856 \times 10^{-12} \text{ Pa}^{-1}$ , $k_{31}$ 为0.179, $\epsilon_{33}^T$ 为2 251, $d_{31}$ 为-103.621 pC/N。测试结果表明所建立的动态测试方法可以快速、准确地测量HMPF的主要参数。

**关键词:**半电极含金属芯压电纤维;压电振动;动态测试模型

**中图分类号:** O738; TM282      **文献标识码:** A      **doi:** 10.3788/OPE.20111906.1298

## Bending vibration model for half coated metal core piezoelectric fiber

BIAN Yi-xiang<sup>1\*</sup>, QIU Jinhao<sup>2</sup>

- (1. *Mechanical Engineering Institute, Yangzhou University, Yangzhou 225127, China;*
  2. *Key lab of Smart Materials and Structures, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)*
- \* *Corresponding author, E-mail: bianyiqiang@163.com*

**Abstract:** A bending vibration model and a dynamic measuring model for a Half Coated Metal Core Piezoelectric Fiber (HMPF) were established. On the basis of the equivalent bending moment from an applying voltage, the bend vibration model of HMPF for a cantilever structure was deduced. According to the first piezoelectric equation, the surface electric displacements, electric charges and the admittances of the HMPF were derived when the resonant exciting voltage was applied. Then, the dynamic measuring model was established to measure the resonant frequencies, anti-resonant frequencies and the low frequency capacitances and to obtain the main parameters, elastic coefficients  $s_{11}^E$ , electro-mechanical coupling factors  $k_{31}$ , dielectric constants  $\epsilon_{33}^T$  and piezoelectric coefficients  $d_{31}$ . Three kinds of samples for HMPFs were measured, and their average values are elastic coefficient in  $16.856 \times 10^{-12} \text{ Pa}^{-1}$ , electromechanical coupling factor in 0.179, dielectric constant in 2 251 and piezoelectric

收稿日期:2010-08-16;修订日期:2010-09-29.

基金项目:国家自然科学基金重大研究计划资助项目(No. 90923029);江苏省创新学者攀登计划资助项目(No. BK2009020)

coefficient in  $-103.621 \text{ pC/N}$ . The theoretical simulation and experimental results show that this method is accurate and available.

**Key words:** half coated metal core piezoelectric fiber; piezoelectric vibration; dynamic testing model

## 1 引言

压电材料同时具有传感和驱动性能,可以用作传感器或驱动器<sup>[1]</sup>。为了适应特殊的应用需要,很多学者正在研究特殊形状的压电器件,比如压电陶瓷纤维、薄膜、薄壳等<sup>[2]</sup>。最近,裘进浩等<sup>[3]</sup>和 SATO H. 等<sup>[4]</sup>先后研制成功的含金属芯压电陶瓷纤维(Metal-core Piezoelectric Ceramic Fibers, MPF)就是一种新型的压电器件。在 MPF 中,金属芯位于中心位置,外面包裹着压电陶瓷;金属芯可以用作一个电极,而另一个电极是喷镀在压电陶瓷表面的金属层。当 MPF 只有一半的表面喷镀金属层时,称为半电极含金属芯压电纤维(Half Coated Metal Core Piezoelectric Fiber, HMPF)。

自 MPF 研制成功起,一些学者对 MPF 进行了理论和实验研究。SEBALD G. 等建立了 MPF 的物理振动模型,分析了 MPF 的性能及金属芯的影响<sup>[2,5]</sup>,研究了 MPF 的机电特性<sup>[6]</sup>;SATO H. 等测量了 MPF 的机械性能<sup>[7]</sup>,把 MPF 粘贴在梁的表面,利用 MPF 的传感和驱动性能制作了智能复合材料悬臂梁<sup>[4]</sup>;TAKAGI K. 等在碳纤维复合材料中埋入 MPF,实现了振动控制和结构损伤监测<sup>[8-9]</sup>;ASKARI D. 等分析了 MFC 和 MPF 机械性能的同异点<sup>[10]</sup>。SATO H. 等还从电极配置、机电转换效率、机械性能、所需电场等方面分析了 MFC 和 MPF 之间的区别<sup>[11]</sup>。本课题组也研究了 MPF 的静态本构方程<sup>[12]</sup>和传感特性<sup>[13]</sup>。

上述研究几乎都是关于表面全覆盖电极的 MPF,而在很多情况下,例如气流传感、弯曲驱动等,HMPF 能发挥更重要的作用。裘进浩等在世界首次成功地制作了 HMPF<sup>[14]</sup>,并研究了 HMPF 的静态本构关系方程<sup>[15]</sup>。为了进一步研究 HMPF 的机电性能,更好地对其进行优化和使用,精确测量其压电参数非常必要。但是由于 HMPF 的形状特殊,目前常用的测量方法都无法实现它的压电参数测量。因此,本文基于振动理

论,研究了外加简谐激励电压时,HMPF 的弯曲振动模型;根据压电方程,求得其表面电荷和导纳;并由此建立了动态测试模型,测试 HMPF 的弹性柔顺系数、机电耦合系数、介电常数和压电常数。

## 2 理论模型

### 2.1 压电方程

HMPF 的几何形状和横截面分别如图 1 和图 2 所示。由于形状为圆柱形,采用圆柱坐标系,一般压电方程的直角坐标系和圆柱坐标系的对应关系为,1 对应  $z$ ,2 对应  $\theta$ ,3 对应  $r$ 。

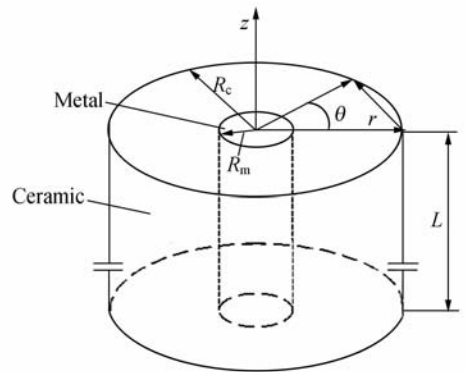


图 1 HMPF 的几何形状及坐标

Fig. 1 Geometrical and coordinate of HMPF

图 1 中  $L$  是 HMPF 的长度, $R_c$  是 HMPF 的半径, $R_m$  是金属芯的半径。

如图 2 所示,HMPF 的上半部分压电陶瓷表面覆盖了金属层。外加电压时,压电陶瓷内部的电场分布比较复杂,为了研究方便,认为表面覆盖电极的上半部分压电陶瓷电场沿径向分布,极化后,具有压电效应,其极化方向也认为是径向分布;认为表面没有覆盖电极的下半部分压电陶瓷没有电场分布,没有被极化,不具有压电效应。由于陶瓷表面的金属层很薄,在下面的研究中,其影响不予考虑。

当 HMPF 用作悬臂梁结构时,如图 3 所示,假设其压电陶瓷部分在径向可以自由伸缩;和长

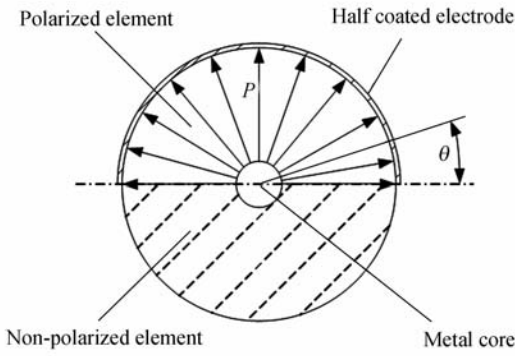


图 2 HMPF 的横截面及其极化示意图

Fig. 2 Cross section and polarization of HMPF

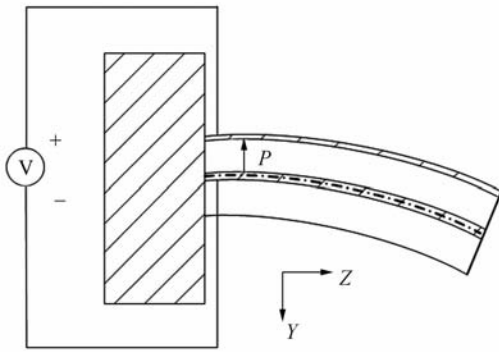


图 3 外加电压的悬臂梁结构 HMPF

Fig. 3 HMPF with cantilever applied with voltage

度相比, HMPF 的半径很小, 其圆周方向的应力可以忽略。在电极上外加电场后, 其应力和电场的边界条件分别可以表示为:

$$T_{rr} = T_{\theta\theta} = T_{r\theta} = T_{\theta z} = T_{rz} = 0, \quad (1)$$

$$E_{\theta} = E_z = 0. \quad (2)$$

所加电场方向和极化方向相反时, 压电陶瓷产生伸长变形。根据第一类压电方程, 当  $d_{31}$  取负值时, 其应变和电位移分别为

$$S_{ij}^p = s_{ij}^E T_{ij}^p - d_{31} E_r, \quad (3)$$

$$-D_3^p = d_{31} T_{ij}^p - \epsilon_{33}^T E_r, \quad (4)$$

其中  $S_{ij}$  为应变,  $T_{ij}$  为应力,  $D_i$  为电位移,  $E_r$  为电场强度,  $s_{ij}^E$  为弹性柔顺系数,  $d_{ij}$  为压电常数,  $\epsilon_{ij}^T$  为介电常数, 上标 p 表示压电陶瓷部分。由于是圆柱形状, 在 HMPF 的电极上外加电压后, 半径  $r$  处的电场强度为

$$E_r = \frac{V}{r \ln \frac{R_c}{R_m}}. \quad (5)$$

而下半部分压电陶瓷以及金属芯的应力应变关系为

$$S^m = s_{11}^m T_1^m, \quad (6)$$

$$S^n = s_{11}^E T_1^n. \quad (7)$$

$S^m$  和  $S^n$  分别表示金属芯和未极化压电陶瓷部分沿 1 方向的应变,  $s_{11}^m$  和  $s_{11}^E$  表示金属芯和整个压电陶瓷在 1 方向的弹性柔顺系数,  $T_1^m$  和  $T_1^n$  表示金属芯和未极化压电陶瓷部分沿 1 方向的应力。

## 2.2 HMPF 的弯曲振动模型

悬臂梁结构 HMPF 的自由端受到弯矩  $M$  时, 由于 HMPF 的长度和半径比很大, 可以认为 HMPF 各纵向纤维的曲率半径相同, 都为  $\rho$ , 则

$$\frac{M_m}{E_m I_m} = \frac{M_c}{E_c I_c} = \frac{1}{\rho}, \quad (8)$$

$$M_m + M_c = M, \quad (9)$$

其中  $M_m$  是金属芯部分所受弯矩,  $M_c$  是整个压电陶瓷部分所受弯矩,  $E_m$  是金属芯的弹性模量,  $E_c$  是整个压电陶瓷部分的弹性模量,  $I_m$  是金属芯的惯矩,  $I_c$  是整个压电陶瓷部分的惯矩。联立式

(8) 和 (9), 并由  $E_m = \frac{1}{s_m}$  和  $E_c = \frac{1}{s_{11}^E}$  可解得

$$\frac{1}{\rho} = \frac{m}{E_m I_m + E_c I_c} = \frac{4M s_m s_{11}^E}{\pi (s_m R_c^4 - s_m R_m^4 + s_{11}^E R_m^4)}, \quad (10)$$

由  $\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI}$ , 得到整个 HMPF 的等效抗弯刚度  $EI$

$$EI = \frac{1}{4 s_{11}^E s_m} \pi (s_m R_c^4 - s_m R_m^4 + s_{11}^E R_m^4). \quad (11)$$

由动态弯矩  $M$  引起弯曲时, HMPF 的中性层在极化和未极化部分的结合面上, 如图 3 所示。此时, HMPF 是均匀等截面直梁, 其自由弯曲振动微分方程为<sup>[16]</sup>

$$\rho_H A \frac{\partial^2 w(z, t)}{\partial t^2} + EI \frac{\partial^4 w(z, t)}{\partial z^4} = 0, \quad (12)$$

其中  $A$  为截面积,  $\rho_H$  为 HMPF 的等效密度,  $w(z, t)$  为梁的横向振幅, 设为:

$$w(z, t) = W(z) q(t), \quad (13)$$

其中  $W(z)$  为梁截面中性轴在  $z$  处的横向振动幅值,  $q(t)$  为描述运动规律的时间函数。代入微分方程后, 得

$$\frac{EI W^{(4)}(z)}{\rho A W(z)} = -\frac{q^{(2)}(t)}{q(t)}, \quad (14)$$

经过分离变量, 可得两个独立的常微分方程:

$$W^{(4)}(z) - \lambda^4 W(z) = 0, \quad (15)$$

$$q^{(2)}(t) + \omega^2 q(t) = 0, \quad (16)$$

其中,  $\lambda$  是表示归一化频率,  $\lambda^4 = \frac{\rho A}{EI} \omega^2$ ;  $\omega$  是待定的固有角频率;  $\rho_H$  可以表示为:

$$\rho_H = \frac{\rho_m R_m^2 + \rho_c (R_c^2 - R_m^2)}{R_c^2}, \quad (17)$$

式中  $\rho_c$  和  $\rho_m$  分别表示压电陶瓷和金属芯的密度。联立方程(15)和(16),解得

$$W(z) = a_1 \cos \lambda z + a_2 \sin \lambda z + a_3 \cosh \lambda z + a_4 \sinh \lambda z, \quad (18)$$

$$q(t) = q_0 e^{j\omega t}, \quad (19)$$

把(18)和(19)代入到式(13),并把  $q_0$  合并到  $a_i$  中,得到 HMPF 的弯曲振动解:

$$w(z, t) = e^{j\omega t} (a_1 \cos \lambda z + a_2 \sin \lambda z + a_3 \cosh \lambda z + a_4 \sinh \lambda z). \quad (20)$$

对于施加动态弯矩  $M = M_0 e^{j\omega t}$  的悬臂梁结构 HMPF,其边界条件为

$$W(0) = 0, \quad (21)$$

$$W'(0) = 0, \quad (22)$$

$$W''(L) = \frac{M}{EI}, \quad (23)$$

$$W'''(L) = 0, \quad (24)$$

把式(20)代入到边界条件中,得到

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 & \lambda \\ -\lambda^2 \cos L & -\lambda^2 \sin \lambda L & \lambda^2 \cosh \lambda L & \lambda^2 \sinh \lambda L \\ \lambda^3 \sin \lambda L & -\lambda^3 \cos \lambda L & \lambda^3 \sinh \lambda L & \lambda^3 \cosh \lambda L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ - \\ M/EI \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (25)$$

解此方程得 HMPF 的弯曲振动模型

$$w(z, t) = \frac{M_0 e^{j\omega t}}{2\lambda^2 EI (1 + \cos \lambda L \cosh \lambda L)} \times ((-\cos \lambda L - \cosh \lambda L)(\cos \lambda z - \cosh \lambda z) + (-\sin \lambda L + \sinh \lambda L)(\sin \lambda z - \sinh \lambda z)), \quad (26)$$

在外加电压  $V = V_0 e^{j\omega t}$  作用下,悬臂梁结构 HMPF 的压电陶瓷极化区域产生伸长或收缩变形,而未极化区域则阻止这种变形,共同作用的结果使整个 HMPF 产生弯曲。HMPF 的这一由外加电压引起的弯曲变形,可等效地看作是由悬臂梁自由端外加弯矩产生的弯曲变形。如图 4 所示的 HMPF 横截面中,在极化部分距圆心  $r$  处取一厚度为  $dr$ ,弧度为  $d\theta$  的微元,其面积为  $rdrd\theta$ 。HMPF 纯弯曲时,纵向纤维的曲率相同,中性层位于极化区和非极化区的分界面,其总应变可以

看作是轴向正应变和弯曲应变之和:

$$S = \frac{r \sin \theta}{\rho} + S_0 \quad (0 \leq r \leq R_c, 0 \leq \theta \leq 2\pi), \quad (27)$$

其中  $r$  是到金属芯中心的距离,  $\theta$  是到分界面的角度,如图 4 所示,  $S_0$  是轴向正应变。

但是,和弯曲应变相比,正应变的影响很小,在本文中不予考虑<sup>[15]</sup>。悬臂梁结构 HMPF 在电压  $V = V_0 e^{j\omega t}$  作用下的等效弯矩为

$$M = \int_0^\pi \int_{R_m}^{R_c} T_1 r^2 \sin \theta dr d\theta = - \int_0^\pi \int_{R_m}^{R_c} d_{31} = \frac{V}{s_{11}^E r \ln \frac{R_c}{R_m}} r^2 \sin \theta dr d\theta = - \frac{d_{31} V (R_c^2 - R_m^2)}{s_{11}^E \ln \frac{R_c}{R_m}} = - \frac{d_{31} V_0 e^{j\omega t} (R_c^2 - R_m^2)}{s_{11}^E \ln \frac{R_c}{R_m}}, \quad (28)$$

把等效弯矩代入式(26),就可以得到悬臂梁结构

HMPF 在电压  $V = V_0 e^{j\omega t}$  激励下完整的弯曲振动解

$$w(z, t) = - \frac{d_{31} (R_c^2 - R_m^2) V_0 e^{j\omega t}}{s_{11}^E \ln \frac{R_c}{R_m}} \times \frac{(-\cos \lambda L - \cosh \lambda L)(\cos \lambda z - \cosh \lambda z) + (-\sin \lambda L + \sinh \lambda L)(\sin \lambda z - \sinh \lambda z)}{2\lambda^2 EI (1 + \cos \lambda L \cosh \lambda L)}, \quad (29)$$

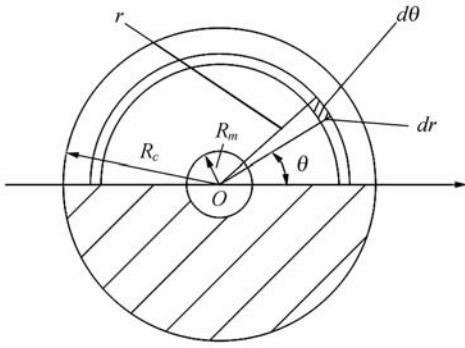


图 4 HMPF 的等效弯矩

Fig. 4 Equivalent bending moment of HMPF

### 2.3 HMPF 的动态测试模型

HMPF 弯曲时,由式(29)得到 HMPF 的曲率为:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\partial \omega^{(2)}(z)}{\partial z^2}, \quad (30)$$

则 HMPF 的应变

$$S_1 = r \sin \theta \frac{\partial \omega^{(2)}(z)}{\partial z^2} \quad (0 \leq \theta \leq \pi, R_m \leq r \leq R_c), \quad (31)$$

由(3)式得到压电陶瓷的应力为:

$$T_1^p = \frac{S_1^p}{s_{11}^E} + \frac{d_{31}^p E_r}{s_{11}^E}, \quad (32)$$

$$Q = \frac{1}{2} \left( \int_0^\pi \int_0^L D_{R_c} R_c d\theta dz + \int_0^\pi \int_0^L D_{R_m} R_m d\theta dz \right) = \left[ \frac{\pi L}{\ln \frac{R_c}{R_m}} (\epsilon_{33}^T - \frac{d_{31}^2}{s_{11}^E}) + \frac{4s_m d_{31}^2 (R_c^4 - R_m^4)}{s_{11}^E K \ln \frac{R_c}{R_m}} \times \frac{\cosh \lambda L \sin \lambda L + \cos \lambda L \sinh \lambda L}{\lambda (1 + \cos \lambda L \cosh \lambda L)} \right] V_0 e^{j\omega t}, \quad (37)$$

HMPF 产生的电流为:

$$I = \frac{\partial Q}{\partial t} = j\omega Q, \quad (38)$$

导纳为:

$$Y = \frac{I}{V_0 e^{j\omega t}} = j\omega \left[ \frac{\pi L}{\ln \frac{R_c}{R_m}} (\epsilon_{33}^T - \frac{d_{31}^2}{s_{11}^E}) + \frac{4s_m d_{31}^2 (R_c^4 - R_m^4)}{s_{11}^E K \ln \frac{R_c}{R_m}} \times \frac{\cosh \lambda L \sin \lambda L + \cos \lambda L \sinh \lambda L}{\lambda (1 + \cos \lambda L \cosh \lambda L)} \right], \quad (39)$$

式(39)化简后,并由  $k_{31}^2 = \frac{d_{31}^2}{s_{11}^E \epsilon_{33}^T}$  得

$$Y = j\omega \frac{\pi L \epsilon_{33}^T}{\ln \frac{R_c}{R_m}} \left[ 1 - k_{31}^2 + k_{31}^2 \times \frac{4s_m (R_c^4 - R_m^4)}{\pi^2 (s_m R_c^4 - s_m R_m^4 + s_{11}^E R_m^4)} \frac{F(\lambda L)}{\lambda L} \right], \quad (40)$$

其中:

把式(32)代入(4)式,得到压电陶瓷的电位移为:

$$D_3^p = -\frac{d_{31} S_1^p}{s_{11}^E} - \frac{d_{31}^2 E_r}{s_{11}^E} + \epsilon_{33}^T E_r. \quad (33)$$

把式(29)代入式(30)和式(31),可以得到 HMPF 的曲率和纵向应变;把纵向应变代入式(33)中,得到极化部分电位移为:

$$D_r^p = -d_{31} \sin \theta \frac{r}{s_{11}^E} \frac{\partial \omega^2(z)}{\partial z^2} - \frac{d_{31}^2}{s_{11}^E} E_r + \epsilon_{33}^T E_r. \quad (34)$$

由此,得到外加动态电压时,HMPF 压电陶瓷极化部分外表面和内表面的电位移,即电荷密度分别为:

$$D_{R_c} = -\frac{d_{31} R_c \sin \theta}{s_{11}^E} \times \frac{\partial \omega^2(z)}{\partial z^2} - \frac{d_{31}^2}{s_{11}^E} \frac{V_0 e^{j\omega t}}{R_c \ln \frac{R_c}{R_m}} + \epsilon_{33}^T \frac{V_0 e^{j\omega t}}{R_c \ln \frac{R_c}{R_m}}, \quad (35)$$

$$D_{R_m} = -\frac{d_{31} R_m \sin \theta}{s_{11}^E} \frac{\partial \omega^2(z)}{\partial z^2} - \frac{d_{31}^2}{s_{11}^E} \frac{V_0 e^{j\omega t}}{R_m \ln \frac{R_c}{R_m}} + \epsilon_{33}^T \frac{V_0 e^{j\omega t}}{R_m \ln \frac{R_c}{R_m}}. \quad (36)$$

利用平均电荷方法<sup>[17]</sup>,求得外加动态电压时 HMPF 产生的电荷为

$$F(\lambda L) = \frac{\cosh \lambda L \sin \lambda L + \cos \lambda L \sinh \lambda L}{1 + \cos \lambda L \cosh \lambda L} \quad (41)$$

由式(41)可以看出,HMPF 的导纳由两部分组成:第一部分与激励频率无关,而第二部分与频率有关。当激励频率达到第一阶共振圆频率  $\omega_r$  时,HMPF 的导纳趋于无穷大。由此,得

$$1 + \cos \lambda L \cosh \lambda L = 0, \quad (42)$$

此方程的根可由图解法大致确定后再用 MATLAB 精确化,由小到大依次为

$$\lambda_{r_1} L = 1.8751, \lambda_{r_2} L = 4.6941, \lambda_{r_3} L = 7.8548$$

第  $i$  阶谐振频率满足关系式:

$$\lambda_{r_i} L \approx (i - \frac{1}{2})\pi, i = 4, 5, \dots, \quad (43)$$

相应的导纳共振频率为:

$$f_{r_i} = \frac{\omega_{r_i}}{2\pi} = \frac{(\lambda_{r_i} L)^2}{2\pi} \sqrt{\frac{EI}{\rho_H AL^4}}, \quad (44)$$

测得共振频率后,再把等效抗弯刚度  $EI$  代入,就可以算出 HMPF 的弹性柔顺系数:

$$s_{11}^E = \frac{s_m (\lambda_{r_i} L)^4 (R_c^4 - R_m^4)}{16\pi^2 f_{r_i}^2 s_m \rho_H R_c^4 L^4 - R_m^4 (\lambda_{r_i} L)^4}. \quad (45)$$

在反共振频率  $f_a$  处,导纳  $Y \rightarrow 0$ ,由式(40)得

$$k_{31} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{4s_m (R_c^4 - R_m^4)}{\pi^2 (s_m R_c^4 - s_m R_m^4 + s_{11}^E R_m^4)} \frac{F(\lambda L)}{\lambda L}}}, \quad (46)$$

其中反共振圆频率为:

$$\omega_a = 2\pi f_a, \quad (47)$$

测得 HMPF 的反共振频率后,通过式(47)和(46),就可以求得  $k_{31}$  的值。此时,  $\epsilon_{33}^T$  可以由 HMPF 的低频电容得到,设低频电容  $C_{LF}$ ,则

$$C_{LF} = \frac{\pi L \epsilon_{33}^T}{\ln \frac{R_c}{R_m}}, \quad (48)$$

测出 HMPF 的低频电容  $C_{LF}$ ,就可以求出介电常数  $\epsilon_{33}^T$

$$\epsilon_{33}^T = \frac{C_{LF} \ln \frac{R_c}{R_m}}{\pi L}, \quad (49)$$

由上述步骤测得的参数  $k_{31}$ 、 $s_{11}^E$ 、 $\epsilon_{33}^T$  后,可以算出 HMPF 的压电常数  $d_{31}$  为

$$d_{31} = k_{31} \sqrt{s_{11}^E \epsilon_{33}^T}. \quad (50)$$

由上述测试步骤可以看出,利用动态法可以测出 HMPF 的参数  $k_{31}$ 、 $s_{11}^E$ 、 $\epsilon_{33}^T$ 、 $d_{31}$  等,这几个参数正是 HMPF 的主要参数,如  $d_{31}$  是决定 HMPF 传感器灵敏度的参数,而  $k_{31}$  则是决定 HMPF 驱动器效率的重要参数。

### 3 实 验

为了验证上述测量方法的正确性,进行了实际测量。如图 5 所示,用 HP4284A 阻抗分析仪测量 HMPF 的第一阶弯曲共振频率和反共振频率。3 根 HMPF 样品的几何尺寸: $L=42 \text{ mm}$ ,  $R_c=0.125 \text{ mm}$ ,  $R_m=0.025 \text{ mm}$ 。测量装置如图 5 所示。其中一根 HMPF 的测量结果如图 6 所示。

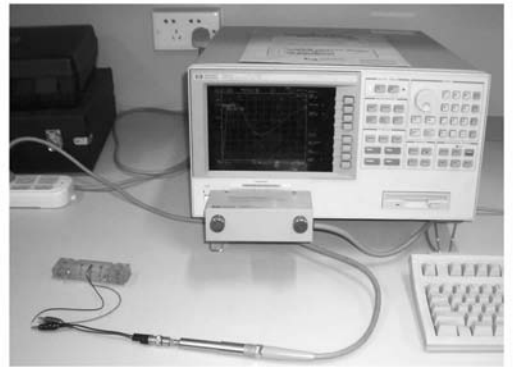


图 5 HMPF 导纳测量装置

Fig. 5 Measurement equipment of HMPF

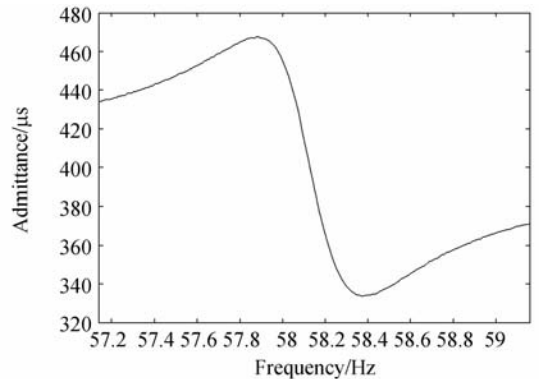


图 6 HMPF 导纳测量结果

Fig. 6 Results of frequency vs. admittance

HMPF 的低频电容、一阶弯曲共振频率和反共振频率测量值见表 1,参数计算值见表 2。

表 1 HMPF 的测量值

Tab.1 Measured values of HMPF

编号	$C_0/\text{nF}$	$f_r/\text{kHz}$	$f_s/\text{kHz}$
1#	1.679	57.880	58.092
2#	1.710	57.113	57.327
3#	1.581	58.532	58.819

表 2 HMPF 参数的计算值

Tab.2 Calculated value of HMPF

编号	$s_{11}^E/10^{-12} \text{ Pa}^{-1}$	$k_{31}$	$\epsilon_{33}^T(\epsilon_0)$	$d_{31}/\text{pC} \cdot \text{N}^{-1}$
1#	16.829	0.169	2 316	-99.825
2#	17.286	0.171	2 358	-103.230
3#	16.454	0.196	2 079	-107.809
平均值	16.856	0.179	2 251	-103.621

根据理论方法,测量出 HMPF 的几何尺寸、密度和共振频率后,计算出其弹性柔顺系数;测量出反共振频率后,算出其机电耦合系数;测量出低频电容后,求出介电常数,进而求出压电常数。由于 HMPF 的形状和制造工艺与传统的片状或块状的压电器件不同,其压电常数、机电耦合系数和

介电常数也低于传统压电器件。

## 4 结 论

在电极上外加简谐激励电压,将使悬臂梁结构 HMPF 产生弯曲振动。本文基于外加电压时 HMPF 的等效弯矩,根据 HMPF 的等效抗弯强度和等效密度,推导出曲率,进而得到其弯曲振动理论解;根据压电方程,求得其电位移,积分后得到电荷,进而求得 HMPF 的导纳。建立了 HMPF 的参数动态测量模型,通过测量几何尺寸、等效密度、低频电容、第一阶共振频率和反共振频率,推导出弹性柔顺系数、机电耦合系数、介电常数和压电常数。对 3 根 HMPF 样品进行了平均值测试,结果  $s_{11}^E$  为  $16.856 \times 10^{-12} \text{ Pa}^{-1}$ ,  $k_{31}$  为 0.179,  $\epsilon_{33}^T$  为 2 251,  $d_{31}$  为 -103.621 pC/N。实验结果表明,根据这种测量模型建立的测量方法,测量原理清晰、操作简便,一次测量可以得到多个重要参数,在 HMPF 的研究、使用中是一种非常实用的测量方法。

## 参考文献:

- [1] TANI J, TAKAGI K, QIU J. Intelligent material systems; application of functional materials[J]. *Applied Mechanics Reviews*, ASME, 1998, 51(8): 505-521.
- [2] SEBALD G, QIU J, GUYOMAR D, et al.. Modeling and characterization of piezoelectric fibers with metal core [J]. *Japanese Journal of Applied Physics*, 2005, 44(8): 6156-6163.
- [3] QIU J, YAMADA N, TANI J, et al.. Fabrication of piezoelectric fibers with metal core[C]. *Proc. Of SPIE 's 10th International Symposium on Smart Structures and Materials, Active Materials: Behavior and Mechanics*, D. C. Lagoudas, Ed., San Diedo, CA., 2003, 555053: 475-483.
- [4] SATO H, SEKIYA T, NAGAMINE M. Design of the metal-core piezoelectric fiber[J]. *SPIE*, 2004, 5390: 97-103.
- [5] SEBALD G, QIU J, GUYOMAR D. Modelling the lateral resonance mode of piezoelectric fibers with metal core[J]. *Journal of Physics D: Applied Physics J. Phys.*, 2005, 383733-3740.
- [6] SEBALD G, BENAYAD A, QIU J, et al.. Electomechanical characterization of 0.55Pb(NiNb)O-0.45Pb(Zr<sub>0.3</sub>Ti<sub>0.7</sub>)O<sub>3</sub> fibers with Pt core[J]. *Journal of Applied Physics*, 2006, 100: 054106-1-6.
- [7] SATO H, NAGAMINE M. Mechanical properties of metal-core piezoelectric fiber[J]. *SPIE*, 2005, 5764: 623-629.
- [8] TAKAGI K, SATO H, SAIGO M. Robust vibration control of the metal-core assisted piezoelectric fiber embedded in CFRP composite [J]. *SPIE*, 2004, 5383: 376-385.
- [9] TAKAGI K, SATO H, SAIGO M. Damage detection and gain-scheduled control of CFRP smart board mounting the metal core assisted piezoelectric fiber[J]. *SPIE*, 2005, 5757: 471-480.
- [10] ASKARI D, ASANUMA H, MEHRDAD N, et al.. A comparative study on macro-fiber compos-

- ites and active fiber composites with metal-core piezoelectric actuators/sensors [J]. *SPIE*, 2006, 6170:6170-1-6170-12.
- [11] SATO H, TAKAGI K, SHIMOJO Y. Fabrication and vibration suppression behavior of metal core-piezoelectric fibers in CFRP composite[C]. *Proc. of Transducing Materials and Devices, Brugge, Belgium*, 2003,4946:80-87.
- [12] BIAN Y, QIU J, WANG X. Constitutive equations of metal-core piezoelectric fibers[J]. *Transactions of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics*, 2008,25(3):169-175.
- [13] 边义祥,裘进浩,王鑫伟,等. 含金属芯压电纤维的传感特性研究[J]. *振动、测试与诊断*, 2010, 30(1):28-32.
- BIAN Y, QIU J, WANG X, *et al.*. Performance analysis of sensor using metal core piezoelectric fiber[J]. *Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis*, 2008, 25(3):169-175. (in Chinese)
- [14] QIU J, PARK M, HOSHI D, *et al.*. The research of the development of the air flow sensor using the piezoelectric fiber with Pt core[J]. *Japan AEM*, 2004, 12(4):299-303.
- [15] BIAN Y, QIU J, WANG X. The constitutive equations of half coated metal core piezoelectric fiber[J]. *International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics*, 2009, 29(1):47-64.
- [16] SMITS J G. Dynamic admittance matrix of piezoelectric cantilever bimorphs[J]. *Journal of Microelectromechanical Systems*. 1994, 3(3):105-112.
- [17] SUN D, TONG L, SATYA N. Effects of piezoelectric sensor/actuator debonding on vibration control of smart beams[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2001, 38:9033-9051.

#### 作者简介:



边义祥(1973—),男,江苏沭阳人,博士,讲师,2009年于南京航空航天大学获博士学位,主要从事智能传感器、驱动器和能量回收方面的研究。E-mail: bianyixiang@163.com

裘进浩(1963—),男,浙江嵊州人,博士,教授,博士生导师,现任南京航空航天大学智能材料与结构研究所所长,主要从事智能材料、振动控制、能量回收等方面的研究。E-mail: qiu@nuaa.edu.cn